Exercices sur les réseaux électriques en régime triphasé

Ce document est une compilation d'exercices posés en devoirs surveillés d'électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement sans documents, sans calculette et *sans téléphone portable…*

Les devoirs d'une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent aux chapitres 11 et 12 de la ressource **Baselecpro** sur le site IUTenligne.

Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C'est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu'ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à bricoler le barème d'un devoir lors de la correction dans le but d'obtenir une moyenne présentable. *(ni trop ni trop peu…)*
La moyenne d'un devoir doit refléter l'adéquation entre les objectifs de l'enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l'utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d'une masse considérable d'informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources…

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d'un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre
ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

Table des matières

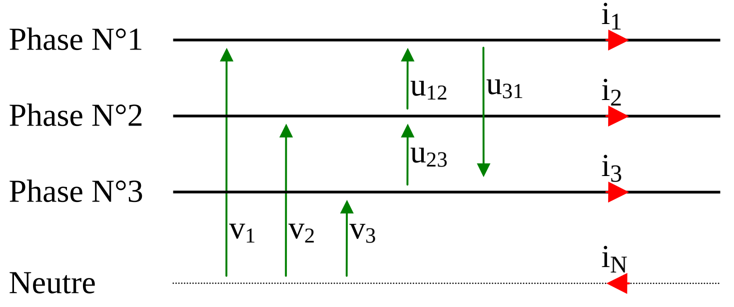
1 Questions de cours

a) Que dit le théorème de Boucherot lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence ?

Réponse : Dans l'ensemble d'un réseau où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence, il y a conservation de la puissance active d'une part, et de la puissance réactive d'autre part.

- Puissance active totale consommée = somme algébrique des puissances actives consommées par chaque élément (loi de conservation de l'énergie)

- Puissance réactive totale consommée = somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque élément (sans démonstration).

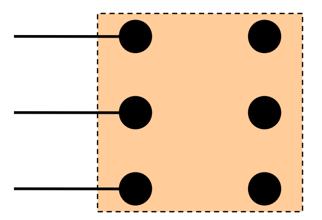


b) Triphasé
Les tensions de la ligne ci-contre sont alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées.
Quelle relation existe entre U_{eff} et V_{eff} ?

Représenter les vecteurs de Fresnel des six tensions de la ligne triphasée précédente en régime alternatif sinusoïdal équilibré de sens direct. En supposant que $v_1(t) = \hat{V} \cos(\omega . t)$, donner les expressions temporelles des cinq autres tensions.

c) Que signifie le mot « **équilibrées** »dans l'expression « tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées » ?

d) La plaque à borne normalisée ci-contre est alimentée par une ligne triphasée. Etablir les liaisons entre les bornes de façon à obtenir un montage triangle.

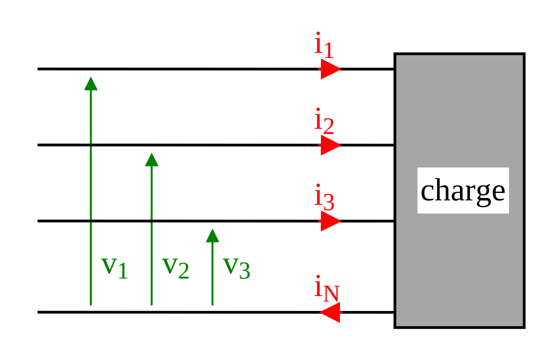


Pour une autocorrection, voir la ressource 1453 sur le site IUTenligne



e)

- La ligne ci-contre est soumise à des tensions et des courants quelconques périodiques de même période.
Comment s'exprime la puissance moyenne (ou puissance active) qu'elle délivre à la charge ?



- Dans la liste ci-dessous, cocher toutes les réponses exactes dans le cas particulier du régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants.

☐ $P = \sqrt{3}\,.U_{max}\,.I_{max}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$ ☐ $P = 3\,.U_{max}\,.I_{max}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$

☐ $P = \sqrt{3}\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$ ☐ $P = 3\,.V_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$

☐ $P = \sqrt{3}\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$ ☐ $P = 3\,.V_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$

☐ $P = 3\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$ ☐ $P = 3\,.< v1(t).i1(t) >$

☐ $P = < v1(t).i1(t) + v2(t).i2(t) + v3(t).i3(t) >$

☐ $P = < v1(t).i1(t) > + < v2(t).i2(t) > + < v3(t).i3(t) >$

☐ $P = V_{1eff}\,.I_{1eff}\,.\cos(\vec{I_1},\vec{V_1}) + V_{2eff}\,.I_{2eff}\,.\cos(\vec{I_2},\vec{V_2}) + V_{3eff}\,.I_{3eff}\,.\cos(\vec{I_3},\vec{V_3})$

Réponses :

- Tensions et courants quelconques périodiques de même période :

$P = < v1(t).i1(t) > + < v2(t).i2(t) > + < v3(t).i3(t) > \; = < v1(t).i1(t) + v2(t).i2(t) + v3(t).i3(t) >$

- Régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants

☐ $P = \sqrt{3}\,.U_{max}\,.I_{max}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$ ☐ $P = 3\,.U_{max}\,.I_{max}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$

■ $P = \sqrt{3}\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$ ■ $P = 3\,.V_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{V})$

☐ $P = \sqrt{3}\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$ ☐ $P = 3\,.V_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$

☐ $P = 3\,.U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos(\vec{I},\vec{U})$ ■ $P = 3\,.< v1(t).i1(t) >$

■ $P = < v1(t).i1(t) + v2(t).i2(t) + v3(t).i3(t) >$

■ $P = < v1(t).i1(t) > + < v2(t).i2(t) > + < v3(t).i3(t) >$

■ $P = V_{1eff}\,.I_{1eff}\,.\cos(\vec{I_1},\vec{V_1}) + V_{2eff}\,.I_{2eff}\,.\cos(\vec{I_2},\vec{V_2}) + V_{3eff}\,.I_{3eff}\,.\cos(\vec{I_3},\vec{V_3})$

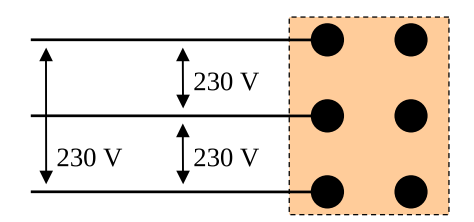
Pour une réponse plus complète, voir la ressource N° 1285 sur le site IUTenligne

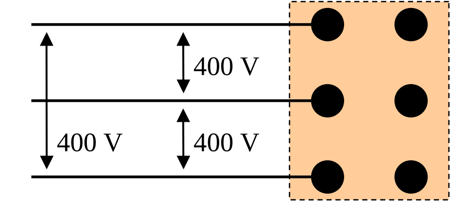


iutenligne.net ExercicElecPro

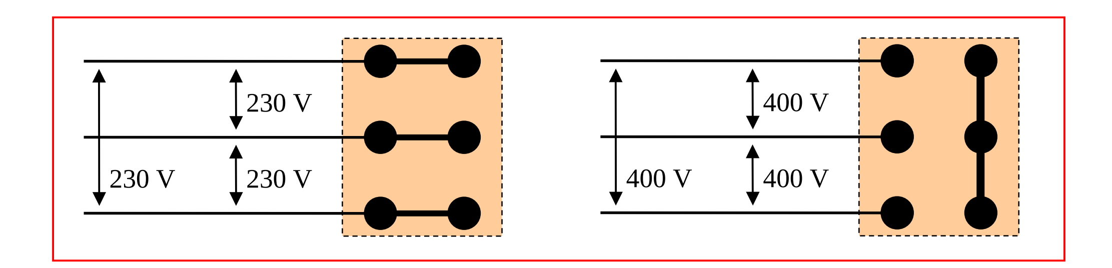
2 Plaque signalétique (1 pts)

Soit une machine triphasée (équilibrée) dont la plaque signalétique indique une tension efficace d'alimentation de 230 V/400 V.
Représenter les liaisons à établir entre ses différentes bornes de façon que, dans chacun des deux cas ci-dessous, la machine soit alimentée sous tension nominale en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré. *(Les valeurs indiquées sont les tensions efficaces de la ligne.)*



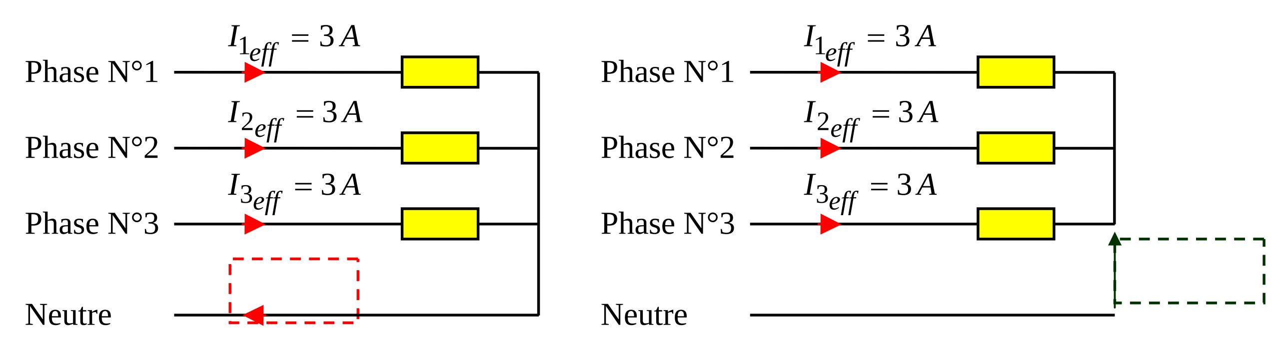


Réponse :



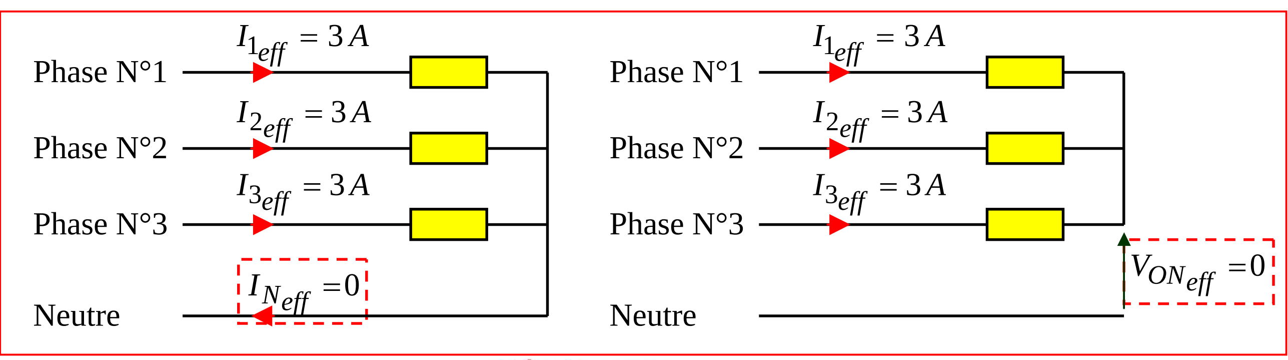
3 Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage étoile équilibré (1 pt)

Une ligne triphasée en régime alternatif sinusoïdal équilibré alimente un montage étoile équilibré constitué de trois impédances Z. Quelle est la valeur de $I_{n_{eff}}$ (lorsque le neutre est relié) ? Quelle est la valeur de



$V_{ON_{eff}}$ (lorsque le neutre n'est pas relié) ? *(On peut utiliser les résultats du cours)*

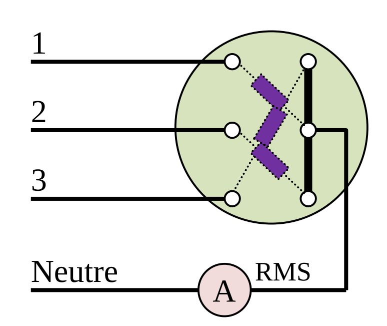
Réponse :

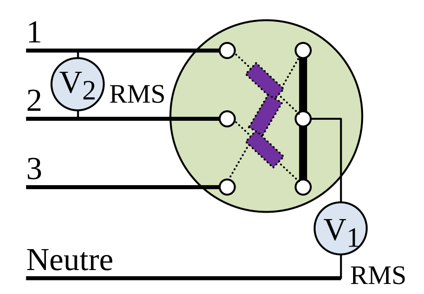


4 Couplage d'un moteur (3 pts)

Un moteur asynchrone triphasé porte sur sa plaque signalétique les informations suivantes : P = 4 kW ; cosφ = 0,8 ; 230/400 V. *(Ce moteur est constitué de trois dipôles passifs linéaires identiques constituant un ensemble équilibré)*

On a réalisé successivement les deux montages suivants. Ceux-ci sont réalisés de façon que le moteur soit alimenté sous tension nominale par une ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée. (Les liaisons sur la plaque à borne sont représentées).





Préciser les valeurs des trois mesures en justifiant celles-ci par un bref calcul ou par un court rappel d'un résultat du cours.

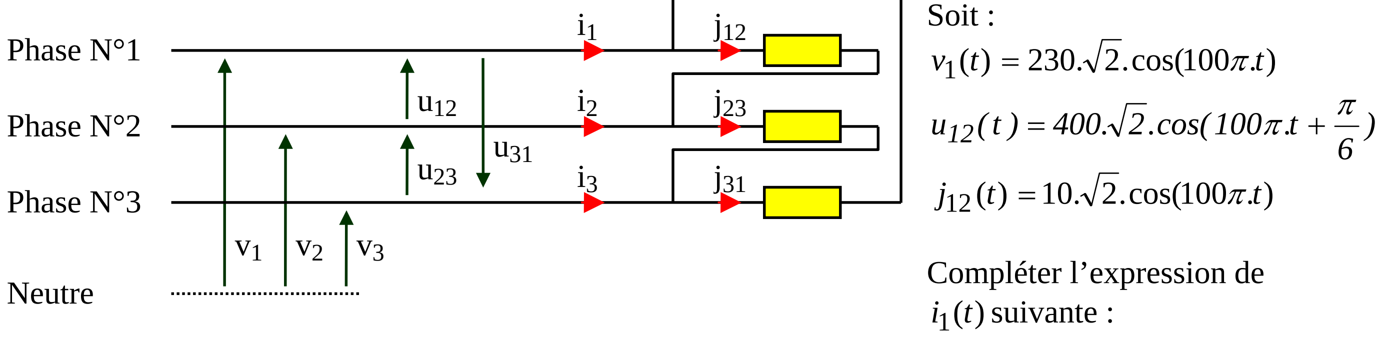
Corrigé :
Le moteur est couplé en étoile.

Dans un montage étoile constitué de dipôles passifs linéaires identiques (montage équilibré) soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées : Le potentiel du centre de l'étoile est égal au potentiel du neutre. (Que le neutre soit relié ou non.). Si le neutre est relié, son courant est nul.
(Extrait de Baselecpro/chapitre 11/§3.2 sur le site « IUTenligne »

Donc l'ampèremètre indique la valeur 0, et le voltmètre « V1 » indique la valeur 0.
Le moteur 230/400V est alimenté sous tensions nominales. *(Sans autre précision, les valeurs indiquées sont les valeurs efficaces).* La tension efficace aux bornes de chaque dipôle est donc 230 V, et la valeur efficace de la tension entre deux phases est de $230 . \sqrt{3} \approx 400\,V$. L'indication du voltmètre « V2 » est donc 400 V.

5 *Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage triangle équilibré (1 pt)*

Une ligne triphasée en régime alternatif sinusoïdal équilibré de sens direct alimente un montage triangle équilibré constitué de trois dipôles linéaires identiques.



Soit :

$v_1(t) = 230.\sqrt{2}.\cos(100\pi.t)$

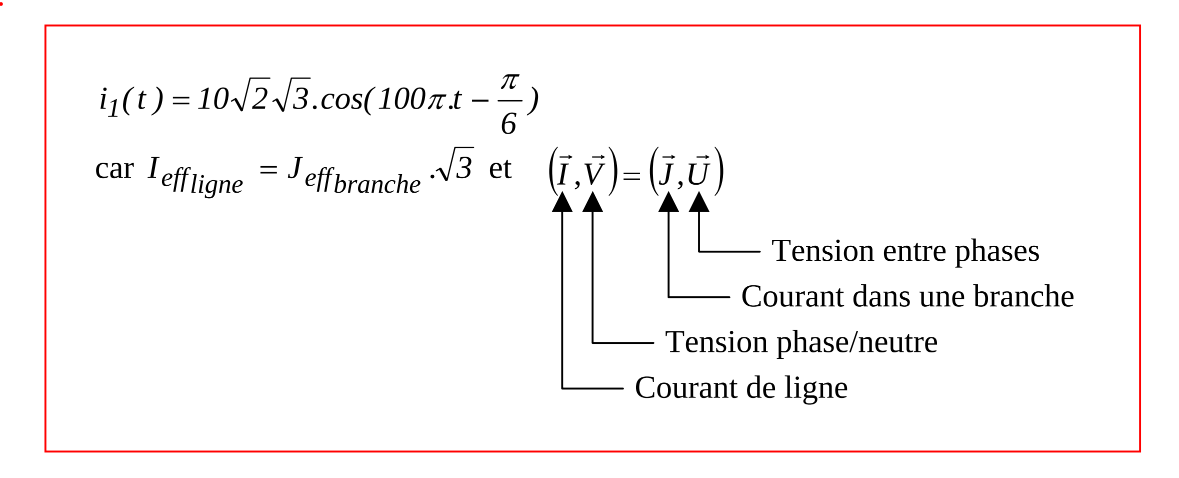
$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(100\pi.t + \frac{\pi}{6})$

$j_{12}(t) = 10.\sqrt{2}.\cos(100\pi.t)$

Compléter l'expression de $i_1(t)$ suivante :

$i_1(t) =$ ....$\cos(100\pi.t$...................$)$. (On peut utiliser les résultats du cours sans les redémontrer)

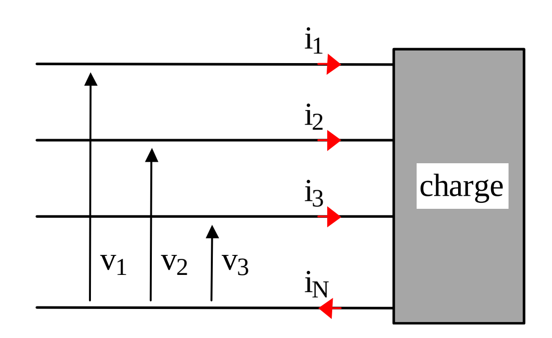
Réponse :



$$i_1(t) = 10\sqrt{2}\sqrt{3}.\cos(100\pi.t - \frac{\pi}{6})$$

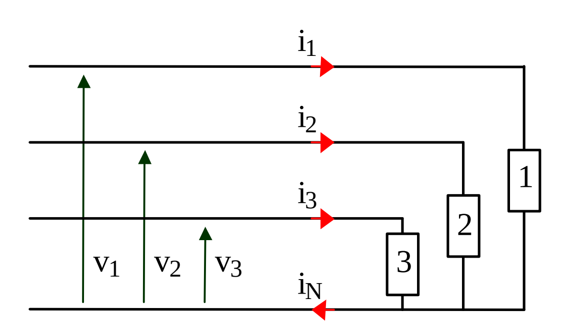
car $I_{eff\,ligne} = J_{eff\,branche}.\sqrt{3}$ et $(\vec{I},\vec{V}) = (\vec{J},\vec{U})$

6 *Puissance en triphasé (Du cas général au particulier)*



Soit une ligne "triphasée" de transport d'énergie électrique. Elle est constituée de 4 conducteurs (voir ci-contre). Cette ligne triphasée est soumise à des tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$; elle est parcourue par des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ et $i_N(t)$ qu'elle délivre à une charge inconnue. On a observé que les tensions et les courants sont quelconques mais tous périodiques de même période.
La loi des nœuds permet d'affirmer : $i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = i_N(t)$.

La puissance électrique transportée par des conducteurs ne dépend que des tensions entre ces conducteurs et des courants dans ceux-ci.



En laboratoire, on a constitué trois dipôles (nommés « 1 », « 2 » et « 3 ») qui, lorsqu'ils sont soumis respectivement aux tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$, engendrent les mêmes courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

On remplace maintenant la charge inconnue par ces trois dipôles. Cette opération ne modifie pas les courants et les tensions dans la ligne. La puissance électrique transportée par la ligne triphasée reste donc inchangée.

a) La loi de conservation de l'énergie précise que la puissance électrique instantanée totale consommée par un ensemble est la somme des puissances électriques instantanées consommées par chaque élément de cet ensemble.

Exprimer la **puissance instantanée** $p(t)$ transportée par la ligne triphasée et reçue par l'ensemble des trois dipôles « 1 », « 2 » et « 3 ».

b) En supposant toutes les tensions et tous les courants périodiques de même période, exprimer la **puissance active** consommée en monophasé ou en triphasé en complétant les cases du tableau ci-dessous.

Cas général *(Les signaux ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux ni triphasés équilibrés)*	P =	P =
Indiquer la formule associée aux cas particuliers où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même période	P =	P =
Triphasé équilibrés *(Les signaux des différentes phases sont décalés d'1/3 de période les uns par rapport aux autres, mais ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)*		Indiquer la formule associée à ce cas particulier : P =
Triphasé alternatif sinusoïdal équilibrés *(Les signaux des différentes phases sont déphasés de* $\pm\frac{2\pi}{3}$ *rad les uns par rapport aux autres)*		Indiquer la formule associée à ce cas particulier : P =

Corrigé

a) $p(t) = v_1(t).i_1(t) + v_2(t).i_2(t) + v_3(t).i_3(t)$

b)

Cas général *(Les signaux ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux ni triphasés équilibrés)*	$P = \langle v\,.\,i \rangle$	$P = \langle v_1.i_1 \rangle + \langle v_2.i_2 \rangle + \langle v_3.i_3 \rangle$ ou $P = \langle v_1\,.\,i_1 + v_2\,.\,i_2 + v_3\,.\,i_3 \rangle$
Indiquer la formule associée aux cas particuliers où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même période	$P = V_{eff}\,.I_{eff}\,.cos(\varphi)$ avec : • V_{eff} : valeur efficace de $v(t)$ • I_{eff} : valeur efficace de $i(t)$ • φ : déphasage de $v(t)$ par rapport à $i(t)$	$P = V_{1eff}\,.I_{1eff}\,.cos(\varphi_1) + V_{2eff}\,.I_{2eff}\,.cos(\varphi_2)$ $+ V_{3eff}\,.I_{3eff}\,.cos(\varphi_3)$ avec : • V_{1eff} : valeur efficace de $v_1(t)$ … • I_{1eff} : valeur efficace de $i_1(t)$ … • φ_1 : déphasage de $v_1(t)$ par rapport à $i_1(t)$
Triphasé équilibrés *(Les signaux des différentes phases sont décalés d'1/3 de période les uns par rapport aux autres, mais ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)*		$P = 3.\langle v_1.i_1 \rangle = 3.\langle v_2.i_2 \rangle = 3.\langle v_3.i_3 \rangle$ *On peut calculer ou mesurer la puissance active sur une seule phase et multiplier le résultat par* 3
Triphasé alternatif sinusoïdal équilibrés *(Les signaux des différentes phases sont déphasés de* $\pm\frac{2\pi}{3}$ *rad les uns par rapport aux autres)*		$P = 3.V_{1eff}\,.I_{1eff}\,.cos(\varphi_1) = 3.V_{2eff}\,.I_{2eff}\,.cos(\varphi_2)$ $= 3.V_{3eff}\,.I_{3eff}\,.cos(\varphi_3)$ ou $P = 3.V_{eff}\,.I_{eff}\,.cos(\varphi)$ *sans préciser l'indice* ou $P = \sqrt{3}.U_{eff}\,.I_{eff}\,.cos(\varphi)$

7 *Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 1* (10,5 pts)

Remarques préliminaires:

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ *ou* $\sqrt{3}$. *Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les angles soient des multiples de* $\frac{\pi}{6}$

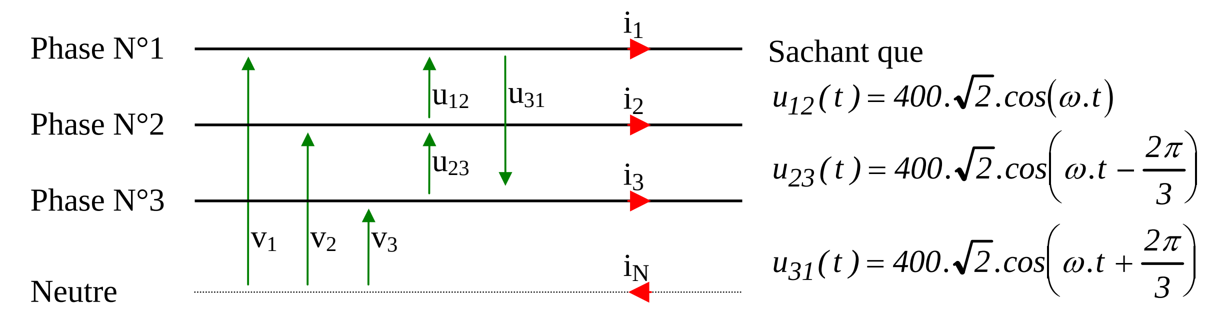
Les démonstrations peuvent s'appuyer sur:

les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer),
ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter),
ou toute autre méthode.

Pour répondre à certaines questions, il est recommandé d'utiliser le théorème de Boucherot.

Problème:

La ligne triphasée suivante alimente une machine tournante triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 230V / 400V.



Sachant que

$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.cos(\omega.t)$

$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$

$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$

a) Préciser le mode de branchement de cette machine pour qu'elle soit alimentée sous tension nominale.

b) Chacun des trois dipôles de cette machine peut être modélisé par une résistance $R = 20.\sqrt{3}\ \Omega$ en série avec une inductance d'impédance $L\omega = 20\ \Omega$. Calculer l'impédance complexe de chaque dipôle.

c) Calculer $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

d) Calculer la puissance active P_M, la puissance réactive Q_M et la puissance apparente S_M consommées par la machine

e) De façon à relever le facteur de puissance de la ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle sur la ligne.

Le module de l'impédance de chaque condensateur est : $\frac{1}{C.\omega} = 240\ \Omega$.

Calculer la puissance active P_T, la puissance réactive Q_T et la puissance apparente S_T consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine associée aux trois condensateurs.

En déduire le facteur de puissance k_T et la valeur efficace du nouveau courant de ligne I_T à l'entrée de ce nouvel ensemble.

Corrigé :

a) La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 230V / 400V.
Cela signifie que la machine peut fonctionner sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont la tension efficace entre deux phases est de 230V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont la tension efficace entre deux phases est de 400V (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 230V.

Sachant que $u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.cos(\omega.t)$, on en déduit $U_{12_{max}} = 400.\sqrt{2}$ et $U_{12_{eff}} = 400\ V$
Donc ici, la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en étoile.

b) Impédance d'un dipôle : $\underline{Z} = R + jL\omega = 20.\sqrt{3} + j20$

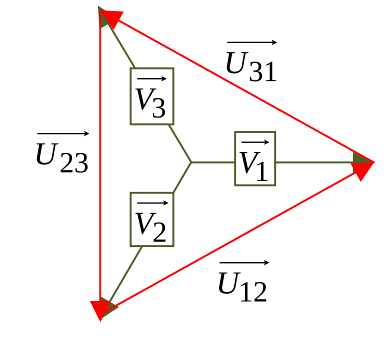
c) Sachant que

$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Phase N°1
Phase N°2
Phase N°3
Neutre
i_1 i_2 i_3 i_N
v_1 v_2 v_3



On en déduit que les phases sont numérotées dans l'ordre direct :
D'après le diagramme de Fresnel associé aux tensions, on en déduit :

$$v_1(t) = \frac{400.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\underline{Z} = R + jL\omega = 20.\sqrt{3} + j20 = 40.\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = 40.e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\left|\underline{Z}\right| = 40 = \frac{V_{max}}{I_{max}} \Leftrightarrow I_{max} = \frac{V_{max}}{40} = \frac{\frac{400.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{40} = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\ A$$

$arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6}$ = déphasage de $v_1(t)$ par rapport à $i_1(t)$

En conclusion : $i_1(t) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{3}\right)$

Comme les tensions, les courants sont alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés de sens direct, donc

$$i_2(t) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos(\omega.t + \pi)$$

$$i_3(t) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{3}\right)$$

d) $P_M = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$; $Q_M = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)$; $S_M = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}$ avec $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 400\ V$;

$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}}\ A$; $\varphi = (\vec{I}_1, \vec{V}_1) = (\vec{I}_2, \vec{V}_2) = (\vec{I}_3, \vec{V}_3) = arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6}$

Donc :

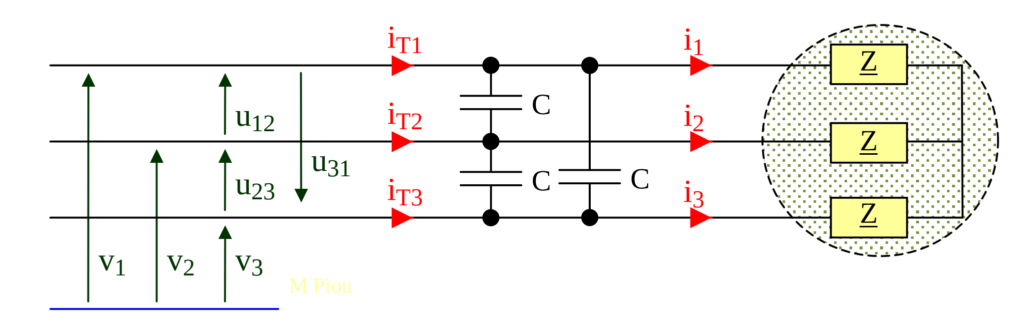
$$P_M = \sqrt{3}.400.\frac{10}{\sqrt{3}}.cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4000.\frac{\sqrt{3}}{2} = 2000.\sqrt{3}\ W$$

$$Q_M = \sqrt{3}.400.\frac{10}{\sqrt{3}}.sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4000.\frac{1}{2} = 2000\ VAR$$

$$S_M = \sqrt{3}.400.\frac{10}{\sqrt{3}} = 4000\ VA$$

e)

Les condensateurs sont montés en triangle.



La puissance réactive d'un condensateur est donc :

$$Q_C = -C.\omega.U_{eff}^2 = -\frac{1}{240}400^2 = -\frac{4x4x10^4}{4x6x10} = -\frac{2000}{3}\ VAR$$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc $Q_{3C} = -2000\ VAR$

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine tournante	$P_M = 2000.\sqrt{3}\ W$	$Q_M = 2000\ VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0\ W$	$Q_{3C} = -2000\ VAR$
Total	$P_T = 2000.\sqrt{3}\ W$	$Q_T = 0$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 2000.\sqrt{3}\ VA$$

Facteur de puissance $k_T = cos(\varphi_T) = cos\left(arctg\left(\frac{Q_T}{P_T}\right)\right) = cos(0) = 1$

$$I_{Teff} = \frac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{2000.\sqrt{3}}{400.\sqrt{3}} = 5\ A$$

8 *Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 2* (11,5 pts)

Remarques préliminaires :
Le problème étant résolu sans calculette, les valeurs ont été choisies pour que les calculs soient très simples. (On pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$). Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les angles soient des multiples de $\frac{\pi}{6}$
Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).

A - La ligne triphasée équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine M_1 triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 400V / 700V.

Phase N°1 i_1
Phase N°2 i_2
Phase N°3 i_3
Neutre i_N
u_{12} u_{31} u_{23} v_1 v_2 v_3

$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

a.1) Préciser le mode de branchement de cette machine pour qu'elle soit alimentée sous tension nominale *(justifier en quelques mots)*, et compléter en conséquence le schéma ci-dessus (en reliant les trois dipôles en étoile ou en triangle).

a.2) Chacun des trois dipôles de cette machine peut être modélisé par une résistance $R = 20.\sqrt{3}\ \Omega$ en série avec une inductance d'impédance $L\omega = 20\ \Omega$. Exprimer l'impédance complexe de chaque dipôle sous la forme $\underline{Z} = Z.e^{j\varphi}$.

a.3) Calculer la valeur efficace I_{eff} des courants de ligne et déterminer l'expression de $i_1(t)$.

B - Sur la ligne triphasée précédente, la machine M_1 est maintenant remplacée par une machine triphasée M_2 qui consomme les courants :
$i_1(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{2}\right)$, $i_2(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{5\pi}{6}\right)$ et $i_3(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{6}\right)$

b-1) Représenter l'allure de l'ensemble des vecteurs de Fresnel associés aux tensions simples, aux tensions composées et aux courants de ligne à un instant quelconque (qui peut être, par exemple, t = 0). *(Il est conseillé d'utiliser différentes couleurs).*

b-2) Calculer la puissance active P_{M2}, la puissance réactive Q_{M2} et la puissance apparente S_{M2} consommées par la machine M_2.

b-3) De façon à relever le facteur de puissance de cette ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle entre les trois phases de cette ligne.

La capacité de chacun est C telle que $\frac{1}{C.\omega} = 140\ \Omega$.

Calculer la puissance active P_T, la puissance réactive Q_T et la puissance apparente S_T consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine M_2 associée aux trois condensateurs.

En déduire la valeur efficace du nouveau courant de ligne I_T à l'entrée de ce nouvel ensemble. *(Il est conseillé d'utiliser le théorème de Boucherot).*

Corrigé :

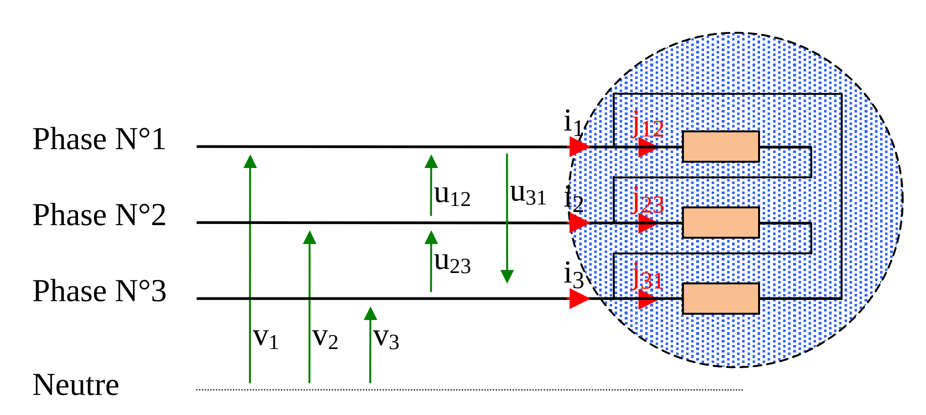
a.1) La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 400V / 700V.
Cela signifie que la machine peut fonctionner sous tensions nominales sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de 400V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de $400.\sqrt{3} \approx 700\ V$ (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 400V.

Sachant que $u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$, on en déduit $U_{12_{max}} = 400.\sqrt{2}$ et $U_{12_{eff}} = 400\ V$

Donc ici, la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en triangle.



a.2) Impédance d'un dipôle : $\underline{Z} = R + jL\omega = 20.\sqrt{3} + j20 = 40.\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = 40.e^{j\frac{\pi}{6}}$

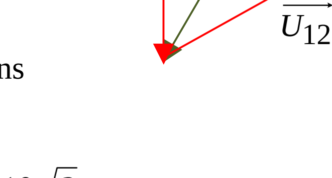
a.3) Sachant que

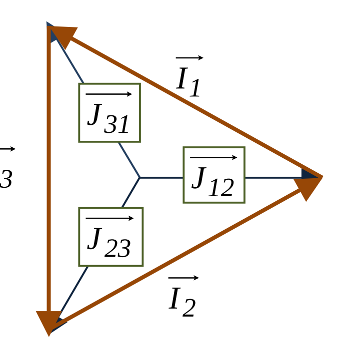
$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

On en déduit que les phases sont numérotées dans l'ordre direct :





$$|\underline{Z}| = 40 = \frac{U_{max}}{J_{max}} \Leftrightarrow J_{max} = \frac{U_{max}}{40} = \frac{400.\sqrt{2}}{40} = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\ A$$

$arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6}$ = déphasage de $u_{12}(t)$ par rapport à $j_{12}(t)$

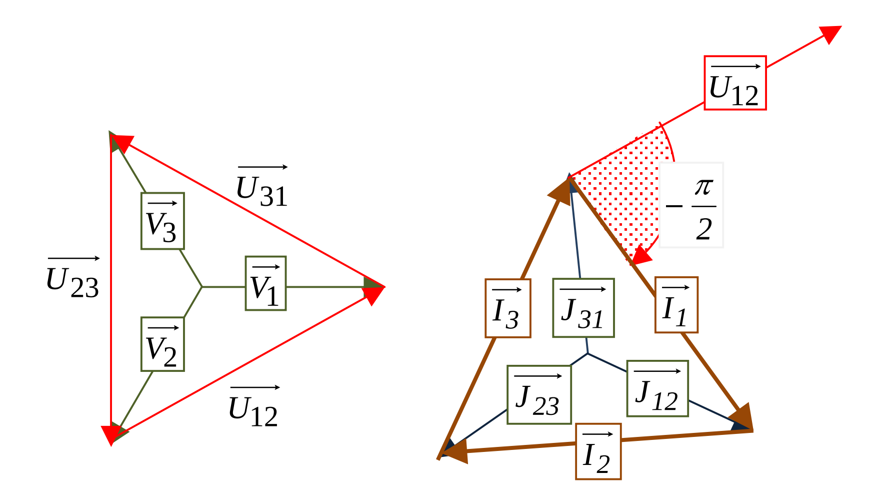
Pour un montage triangle linéaire équilibré soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, on dispose de 2 relations (voir Baselecpro chapitre 11 §3.4) : $(\vec{I},\vec{V}) = (\vec{J},\vec{U}) = \varphi$ et $I_{eff} = J_{eff}.\sqrt{3}$

En conclusion $I_{eff} = J_{eff}.\sqrt{3} = \frac{J_{max}}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} = 10\ A$:

$(\overrightarrow{U_{12}},\vec{I_1}) = (\overrightarrow{U_{12}},\overrightarrow{J_{12}}) + (\vec{J}_{12},\vec{I_1}) = -arg(\underline{Z}) - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$ $i_1(t) = 10.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{3}\right)$

$i_1(t) = 10.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{3}\right)$

b.1)



b.2) $P_{M2} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$; $Q_{M2} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)$; $S_{M2} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}$

avec : $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 700\ V$; $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 10\ A$;

$\varphi = (\vec{I}_1,\vec{V}_1) = (\vec{I}_2,\vec{V}_2) = (\vec{I}_3,\vec{V}_3) = (\vec{I}_1,\overrightarrow{U_{12}}) + (\overrightarrow{U_{12}},\vec{V}_1) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

Donc :

$P_{M2} = \sqrt{3}.700.10.cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}.7000.\frac{1}{2} = 3500.\sqrt{3}\ W$

$Q_{M2} = \sqrt{3}.700.10.sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}.7000.\frac{\sqrt{3}}{2} = 10500\ VAR$

$S_{M2} = \sqrt{3}.700.10 = 7000.\sqrt{3}\ VA$

b3)
Les condensateurs sont montés en triangle.

La puissance réactive d'un condensateur est donc :

$$Q_C = -C.\omega.U_{eff}{}^2 = -\frac{1}{140}700^2 = -\frac{7x7x10^4}{7x2x10} = -\frac{7000}{2}\,VAR$$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc $Q_{3C} = -\frac{3x7000}{2} = -10500\,VAR$

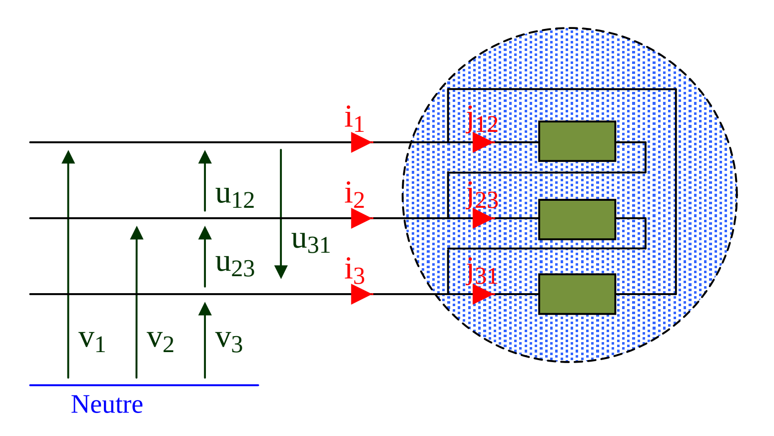
On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine M2	$P_{M2} = 3500.\sqrt{3}\,W$	$Q_{M2} = 10500\,VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0\,W$	$Q_{3C} = -10500\,VAR$
Total	$P_T = 3500.\sqrt{3}\,W$	$Q_T = 0$

$$S_T = \sqrt{P_T{}^2 + Q_T{}^2} = 3500.\sqrt{3}\,VA$$

Facteur de puissance $k_T = cos(\varphi_T) = cos\left(arctg\left(\frac{Q_T}{P_T}\right)\right) = cos(0) = 1$; $I_{Teff} = \frac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{3500.\sqrt{3}}{700.\sqrt{3}} = 5\,A$

9 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 1 (7 pts)



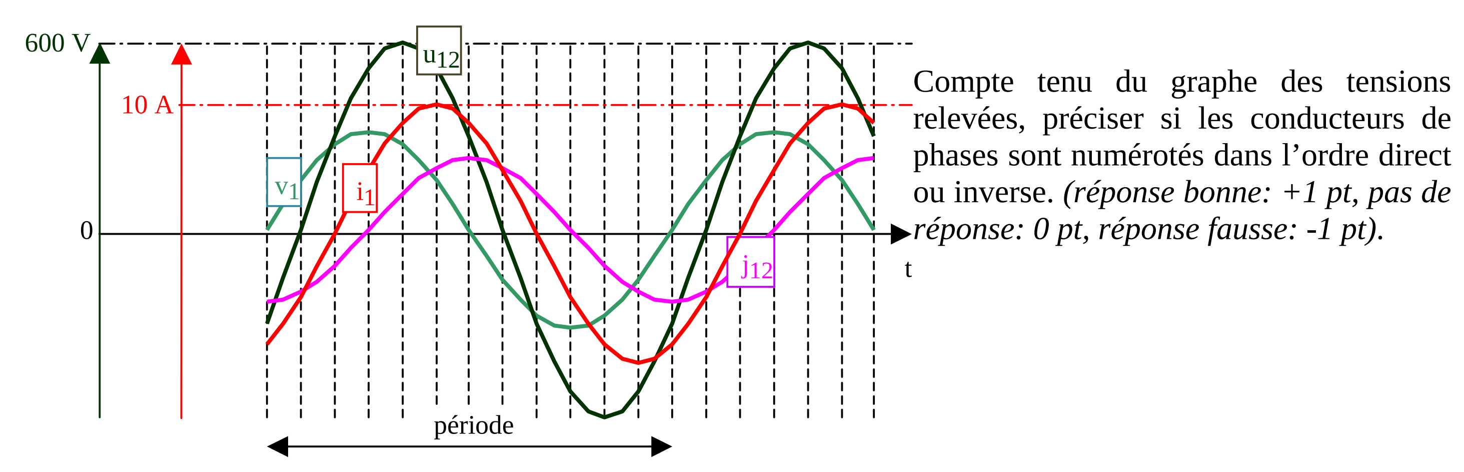
La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui se comporte comme une charge triphasée équilibrée.

a) Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a.1) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ et $\vec{U}_{12}$ si l'ordre des phases est supposé direct.

a.2) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ et $\vec{U}_{12}$ si l'ordre des phases est supposé inverse.

a.3) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

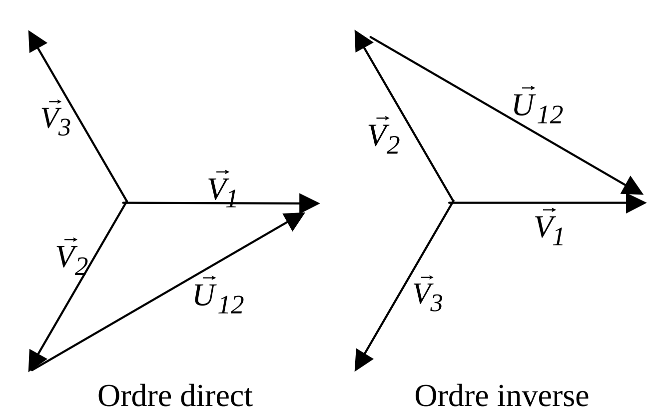


Compte tenu du graphe des tensions relevées, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. *(réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt).*

b) A partir des courbes précédentes, calculer le facteur de puissance du moteur.

c) A partir des courbes précédentes, calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par le moteur. *(Le devoir se déroulant sans calculette, on pourra laisser dans les réponses des expressions telles que $\sqrt{\ldots}$). (Ne pas oublier de préciser les unités).*

Corrigé :



a) Sur les courbes : $u_{12}(t)$ est en retard de T/12 par rapport à $v_1(t)$. Donc $\left(\vec{V}_1, \vec{U}_{12}\right) = -\frac{\pi}{6}$. Les phases sont numérotées dans l'ordre inverse.

b) Dans un système alternatif sinusoïdal triphasé équilibré, le facteur de puissance est $k = cos(\varphi) = cos\left(\vec{I}, \vec{V}\right)$.

Sur les courbes : $\left(\vec{I}, \vec{V}\right) = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow cos(\varphi) = \frac{1}{2}$.

Le facteur de puissance du moteur est donc de 0,5.

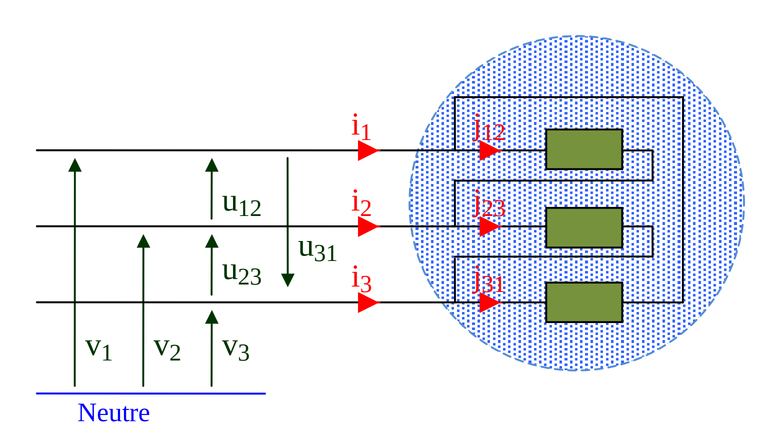
c)

$$P = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.cos(\varphi) = \frac{600}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\sqrt{3}.\frac{1}{2} = 1500.\sqrt{3}\ W$$

$$Q = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.sin(\varphi) = \frac{600}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 4500\ VAR$$

$$S = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3} = \frac{600}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} = 3000.\sqrt{3}\ VA$$

10 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 2 (7 pts)



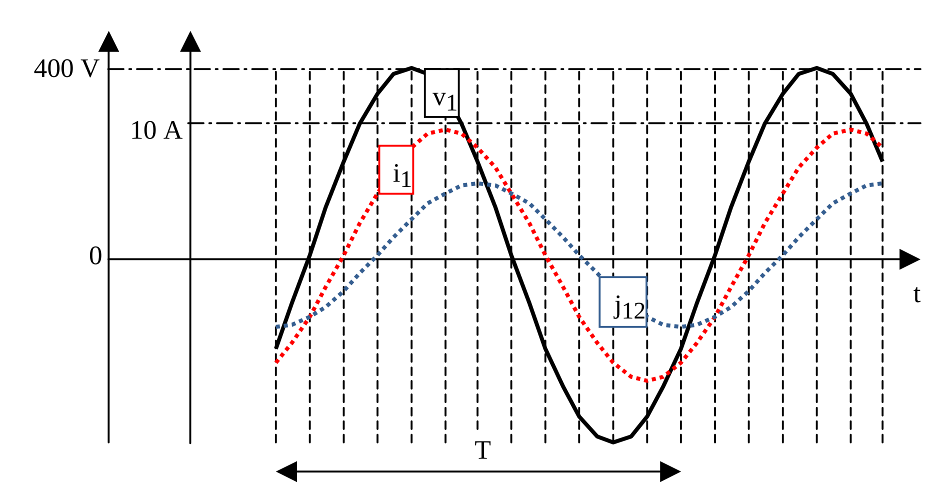
La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui absorbe des courants alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés.

a) Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a.1) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ et $\vec{U}_{12}$ si l'ordre des phases est supposé direct.

a.2) Pour un déphasage $\left(\vec{J}_{12}, \vec{U}_{12}\right)$ quelconque, représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{J}_{12}$, $\vec{J}_{23}$, $\vec{J}_{31}$ et $\vec{I}_1$ si l'ordre des phases est supposé direct.

a.3) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

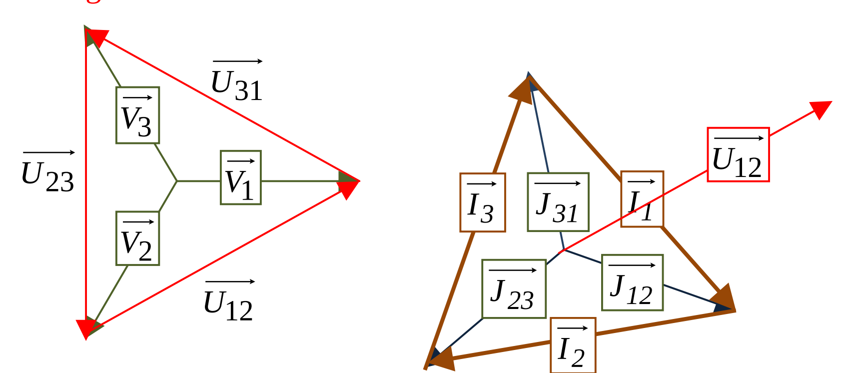


Compte tenu du graphe des courants relevés, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. *(réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt).*

b) A partir des courbes précédentes, calculer le facteur de puissance du moteur.

c) A partir des courbes précédentes, calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par le moteur. *(Le devoir se déroulant sans calculette, on pourra laisser dans les réponses des expressions telles que $\sqrt{\dots}$). (Ne pas oublier de préciser les unités).*

Corrigé :



a) On a représenté ci-contre les vecteurs de Fresnel si l'ordre des phases est direct.

On constate sur le graphe de Fresnel ci-contre que $\vec{I}_1$ est déphasé de $-\dfrac{\pi}{6}$ par rapport à $\vec{J}_{12}$.

Sur les courbes relevées à l'oscilloscope, on constate que $\vec{I}_1$ est déphasé de $+\dfrac{\pi}{6}$ par rapport à $\vec{J}_{12}$; donc l'ordre des phases n'est pas l'ordre direct, mais l'ordre inverse.

b) Facteur de puissance : $k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V})$. Sur Les courbes, on constate que $v_1(t)$ est déphasé de $+\dfrac{\pi}{3}$ par rapport à $i_1(t)$ donc $k = cos(\varphi) = cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 0{,}5$

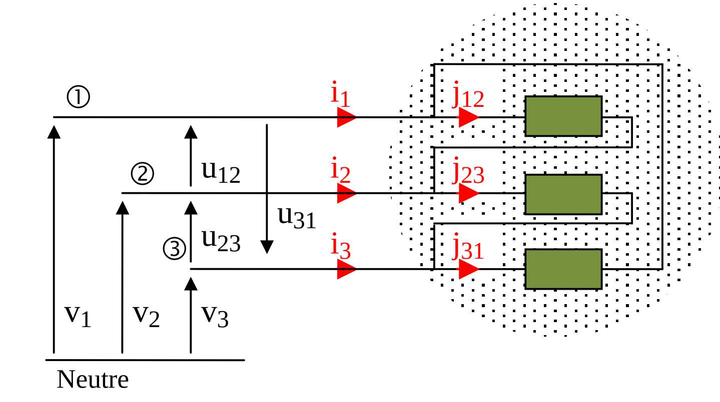
c)

$$P = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.cos(\varphi) = 3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi) = 3.\frac{400}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\frac{1}{2} = 3000\,W$$

$$Q = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.sin(\varphi) = 3.V_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) = 3.\frac{400}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3000.\sqrt{3}\,VAR$$

$$S = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3} = 3.V_{eff}.I_{eff} = 3.\frac{400}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}} = 6000\,VA$$

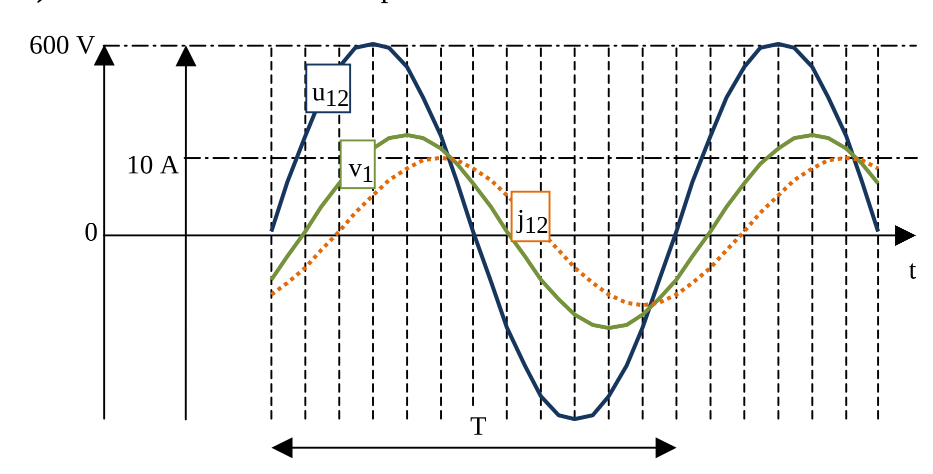
11 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 3 (5 pts)



La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui se comporte comme une charge triphasée équilibrée.
Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ et $\vec{U}_{12}$ si l'ordre des phases est **supposé inverse**.

b) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

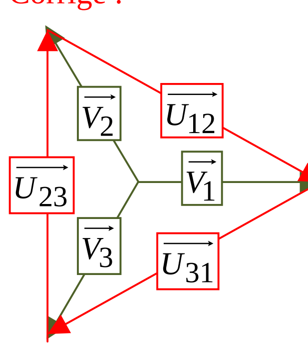


Compte tenu du graphe des tensions relevées, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. Justifier brièvement la réponse *(réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt)*.

c) Représenter ci-contre le graphe du courant $i_1(t)$. (justifier par un diagramme de Fresnel ou par un résultat établi en cours ou par tout autre moyen).

d) Déterminer le facteur de puissance de ce moteur.

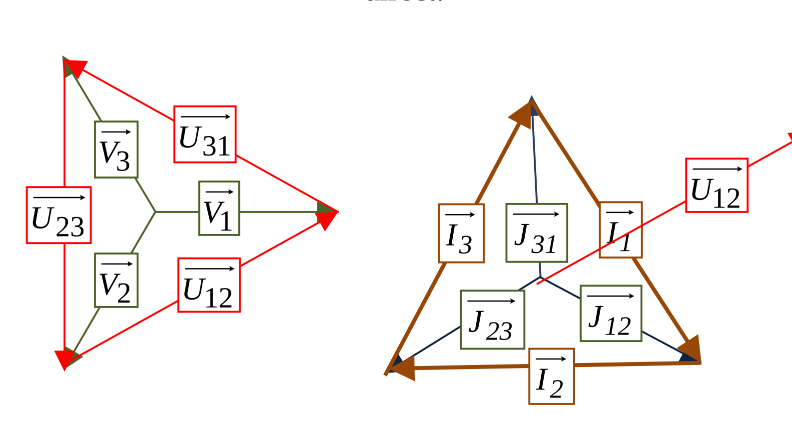
Corrigé :



a) On a représenté ci-contre les vecteurs de Fresnel si l'ordre des phases est inverse.

b) On constate sur ce graphe de Fresnel que $\overrightarrow{U_{12}}$ est déphasé de $-\dfrac{\pi}{6}$ par rapport à $\overrightarrow{V_1}$.

Sur les courbes relevées à l'oscilloscope, on constate que $\overrightarrow{U_{12}}$ est déphasé de $+\dfrac{\pi}{6}$ par rapport à $\overrightarrow{V_1}$; donc l'ordre des phases n'est pas l'ordre inverse, mais l'ordre direct.



c) Pour un montage triangle linéaire équilibré soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, on dispose de 2 relations (voir Baselecpro chapitre 11 §3.4) :

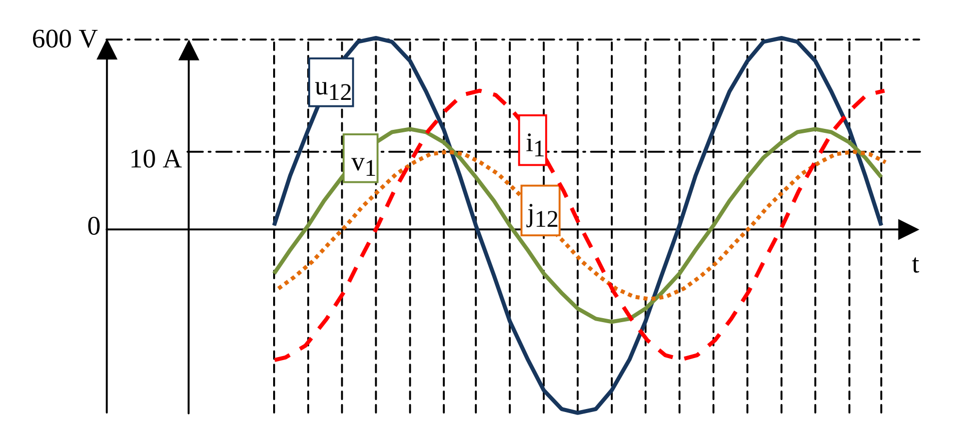
$(\vec{I},\vec{V}) = (\vec{J},\vec{U}) = \varphi$ et $I_{eff} = J_{eff}.\sqrt{3}$

En conclusion $I_{max} = J_{max}.\sqrt{3} = 10.\sqrt{3}\ A$:

$(\overrightarrow{I_1},\overrightarrow{V_1}) = (\overrightarrow{J_{12}},\overrightarrow{U_{12}}) = +\dfrac{\pi}{3}$

d) Facteur de puissance :

$k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V}) = cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 0{,}5$.

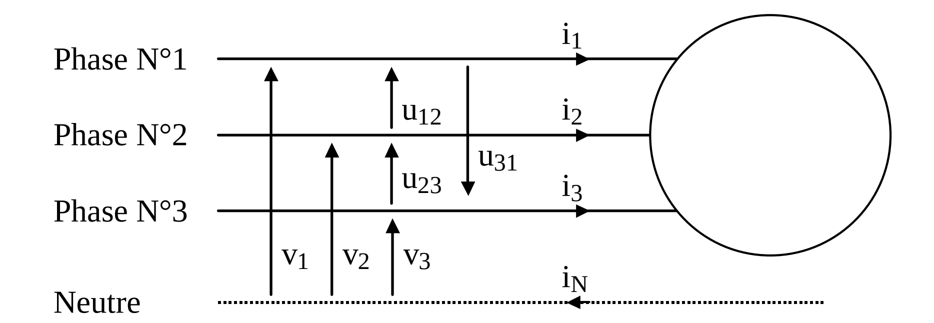


12 Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 1 (5 pts)

Remarques préliminaires:

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ *ou* $\sqrt{3}$. *Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).*

La ligne triphasée équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine M triphasée équilibrée.



$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

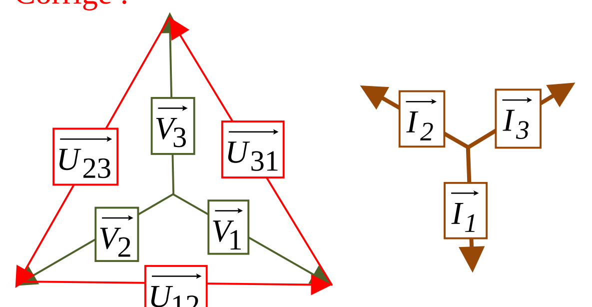
La machine triphasée M consomme les courants :

$i_1(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{2}\right)$, $i_2(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{5\pi}{6}\right)$ et $i_3(t) = 10.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{6}\right)$

a) Représenter l'allure de l'ensemble des vecteurs de Fresnel associés aux tensions simples, aux tensions composées et aux courants de ligne à un instant quelconque (qui peut être, par exemple, t = 0). *(Il est conseillé d'utiliser différentes couleurs).*

b) Calculer la puissance active P_M, la puissance réactive Q_M et la puissance apparente S_M consommées par la machine M.


Corrigé :



b) Sur le diagramme de Fresnel, on constate que l'angle $\varphi = \left(\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{V_1}\right)$ est égal à $+\frac{\pi}{3}$

On peut le retrouver car

$$\left(\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{V_1}\right) = \left(\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{U_{12}}\right) + \left(\overrightarrow{U_{12}}, \overrightarrow{V_1}\right) \Rightarrow \left(\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{V_1}\right) = +\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = +\frac{\pi}{3}$$

$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.cos(\omega.t) \Rightarrow U_{12_{max}} = 400.\sqrt{2} \Rightarrow U_{12_{eff}} = 400\,V$$

De même $I_{1_{max}} = 10.\sqrt{2} \Rightarrow I_{1_{eff}} = 10\,A$

$$P = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi) = \sqrt{3}.400.10\ .cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}.400.10\ .\frac{1}{2} = 2000.\sqrt{3}\,W$$

$$Q = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) = \sqrt{3}.400.10\ .sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}.400.10\ .\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3.400.10}{2} = 6000\,VAR$$

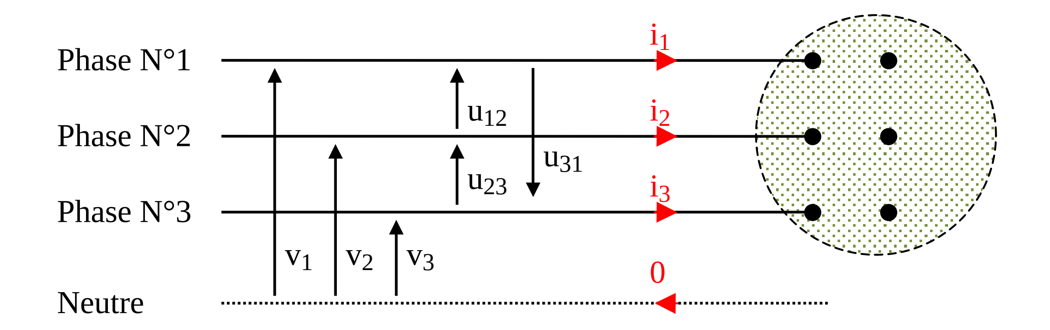
$$S = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff} = \sqrt{3}.400.10 = 4000.\sqrt{3}\,VA$$

13 Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 2 (4 pts)

Remarques préliminaires:

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$. Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).

La ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine M triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 230/400 V. (*)



1) Sur la figure ci-dessus, représenter les liaisons à établir sur la plaque à bornes de façon que la machine soit alimentée sous tension nominale.

2) La machine consomme une puissance active $P_M = 4000.\sqrt{3}\,W$, une puissance réactive $Q_M = 3200\,VAR$ et une puissance apparente $S_M = 7630\,VA$.

De façon à relever le facteur de puissance de cette ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle entre les trois phases de cette ligne.

La capacité de chacun est C tel que $\frac{1}{C.\omega} = \frac{3.100}{2} = 150\ \Omega$.

Calculer la puissance active P_T, la puissance réactive Q_T et la puissance apparente S_T consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine M associée aux trois condensateurs.

En déduire la valeur efficace du nouveau courant de ligne I_T à l'entrée de ce nouvel ensemble. *(Il est conseillé d'utiliser le théorème de Boucherot).*

(*) Sans autre précision, il s'agit toujours des valeurs efficaces

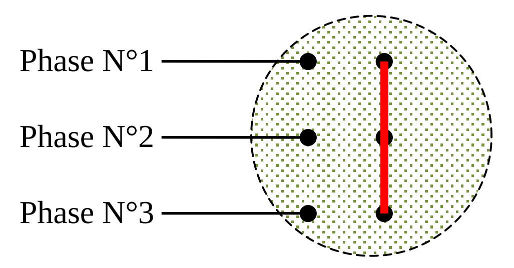
Corrigé :

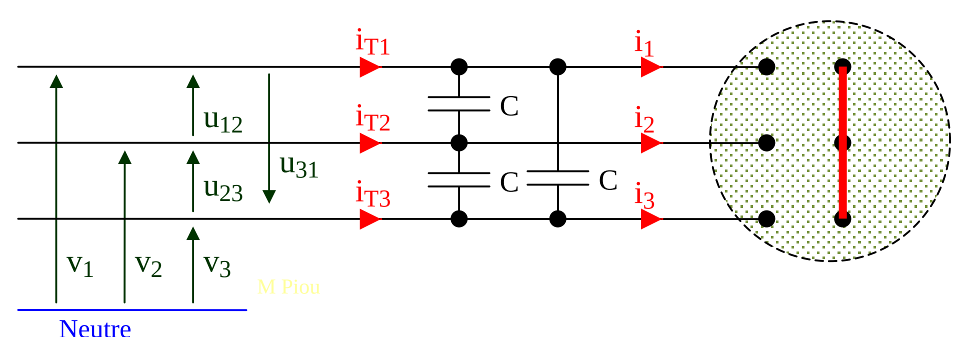
1) La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 230V / 400V.
Cela signifie que la machine peut fonctionner sous tensions nominales sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de 230V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de $230.\sqrt{3} \approx 400\ V$ (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 230V.

Sachant que la ligne triphasée d'alimentation est une ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée 230/400 V , la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en étoile :





2)
Les condensateurs sont montés en triangle.

La puissance réactive d'un condensateur est donc : $Q_C = -C.\omega.U_{eff}{}^2 = -\dfrac{2}{3.100}\,400^2 = -\dfrac{2.16.10^4}{3.10^2}\ VAR$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc $Q_{3C} = -3.\dfrac{2.16.10^4}{3.10^2} = -3200\ VAR$

On utilise le théorème de Boucherot :

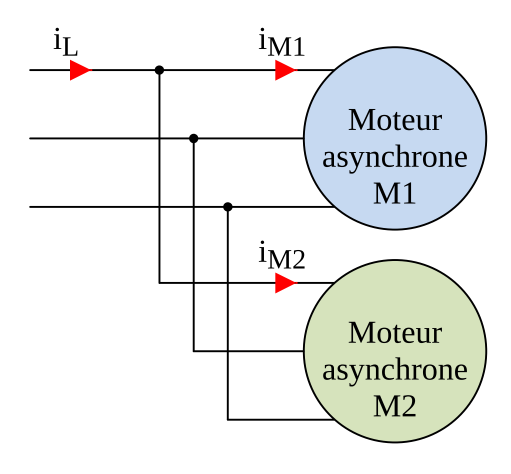
	Puissance active	Puissance réactive
Machine M	$P_M = 4000.\sqrt{3}\ W$	$Q_M = 3200\ VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0\ W$	$Q_{3C} = -3200\ VAR$
Total	$P_T = 4000.\sqrt{3}\ W$	$Q_T = 0$

$S_T = \sqrt{P_T{}^2 + Q_T{}^2} = 4000.\sqrt{3}\ VA$; $I_{Teff} = \dfrac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \dfrac{4000.\sqrt{3}}{400.\sqrt{3}} = 10\ A$

14 Application du théorème de Boucherot avec deux moteurs (5,5 pts)

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$. (Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les calculs soient simples à effectuer).

(On rappelle que $5.\sqrt{3} = 8{,}66$, $3.\sqrt{3} = 5{,}196$ et que $\frac{5}{\sqrt{3}} = 2{,}89$).



La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone M_1 absorbant une puissance active de $1000.\sqrt{3} = 1732\ W$ et une puissance réactive de $+1000\ var$.
- un moteur asynchrone M_2 absorbant une puissance active de $1268\ W$ et une puissance réactive de $+4196\ var$.

a) Calculer la puissance apparente S_{M1} et le courant I_{M1eff} du moteur M_1.

b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble des deux moteurs ainsi que la valeur de I_{Leff} .

Corrigé :

a) $S_{M1} = \sqrt{P_{M1}^2 + Q_{M1}^2} = \sqrt{(1000.\sqrt{3})^2 + 1000^2} = \sqrt{1000^2.(3+1)} = 2000\ VA$

$$S_{M1} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{M1eff} \Leftrightarrow I_{M1eff} = \frac{S_{M1}}{\sqrt{3}.U_{eff}} = \frac{2000}{\sqrt{3}.400} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2{,}89\ A$$

b) On utilise le théorème de Boucherot :

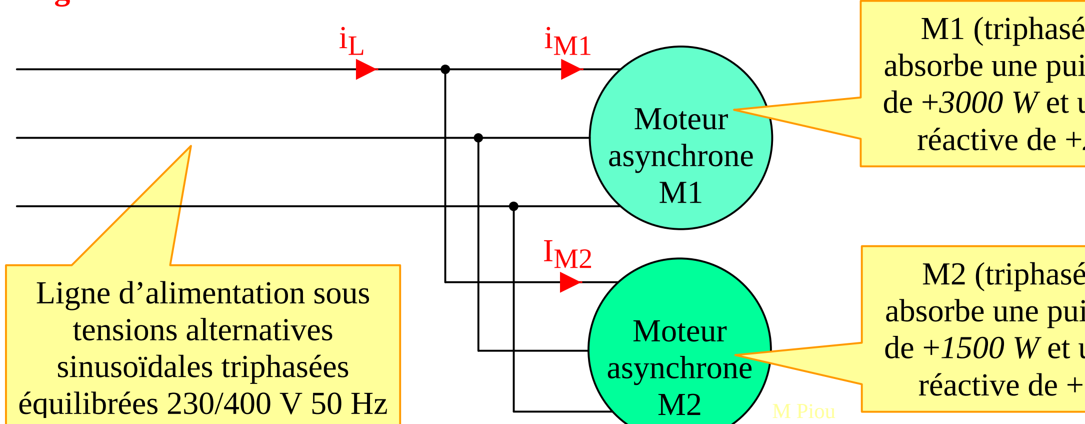
	Puissance active	Puissance réactive
Machine M1	$P_{M1} = 1732\ W$	$Q_{M1} = 1000\ VAR$
Machine M2	$P_{M2} = 1268\ W$	$Q_{M2} = 4196\ VAR$
Total	$P_T = 3000\ W$	$Q_T = 5196\ VAR$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{3000^2 + 5196^2} = \sqrt{3000^2 + (3000.\sqrt{3})^2} = \sqrt{3000^2.(1+3)} = 6000\ VA$$

Facteur de puissance de la ligne : $k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I},\vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3000}{6000} = 0{,}5$

$$I_{Leff} = \frac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{6000}{400.\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 3.\frac{5}{\sqrt{3}} = 3.2{,}89 = 8{,}67\ A$$

Variante avec calculette



Corrigé :

a) $S_{M1} = \sqrt{P_{M1}^2 + Q_{M1}^2} = \sqrt{(3000)^2 + 2000^2} = 3606\ VA$

$$S_{M1} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{M1eff} \Leftrightarrow I_{M1eff} = \frac{S_{M1}}{\sqrt{3}.U_{eff}} = \frac{3606}{\sqrt{3}.400} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 5{,}204\ A$$

b) On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine M1	$P_{M1} = 3000\ W$	$Q_{M1} = 2000\ VAR$
Machine M2	$P_{M2} = 1500\ W$	$Q_{M2} = 1800\ VAR$
Total	$P_T = 4500\ W$	$Q_T = 3800\ VAR$

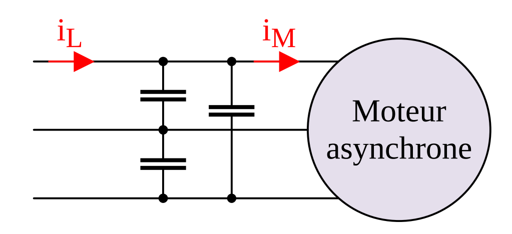
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{4500^2 + 3800^2} = 5890\ VA$$

Facteur de puissance de la ligne : $k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{4500}{5890} = 0{,}764$

$$I_{Leff} = \frac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{5890}{400.\sqrt{3}} = 8{,}5\ A$$

15 Application du théorème de Boucherot : relèvement du facteur de puissance (7 pts)

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.



La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone absorbant une puissance active de $6\ kW$ et une puissance réactive de $+2.\sqrt{3}\ kVAR$.
- Un ensemble de trois condensateurs montés en triangle. Chaque condensateur a une valeur de $\dfrac{2.10^{-3}}{4.4.\pi.\sqrt{3}}$ F.

a) Calculer la puissance apparente S_M et le courant $I_{M\,eff}$ du moteur.

b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + condensateurs, ainsi que la valeur de $I_{L\,eff}$.   *(On rappelle que 48 = 4 x 4 x 3 et que $6/(4.\sqrt{3}) = 0{,}866$).*

Corrigé :

$$S_M = \sqrt{P_M^{\ 2} + Q_M^{\ 2}} = \sqrt{6^2 + 2^2.3} = \sqrt{48} = 4.\sqrt{3}\ kVA$$

$$S_M = 4.\sqrt{3}\ kVA = U_{eff}.I_{M\,eff}.\sqrt{3} \Rightarrow I_{M\,eff} = \frac{4000.\sqrt{3}}{400.\sqrt{3}} = 10\ A$$

$$Q_C = -3\,x\,U_{eff}^{\ 2}.C.\omega = -3.400^2.\frac{2.10^{-3}}{4.4.\pi.\sqrt{3}}.100\pi = -2000.\sqrt{3}\ VAR$$

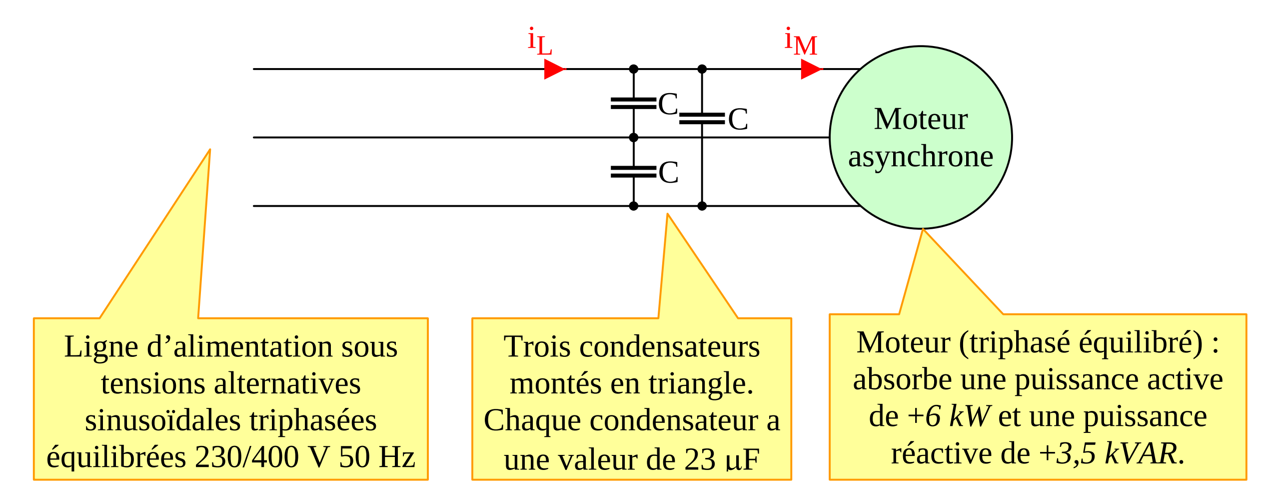
$P_{ligne} = 6\ kW$, $Q_{Ligne} = Q_M + Q_C = 0$. Le facteur de puissance de la ligne est donc de 1.

$$S_{Ligne} = \sqrt{P_{Ligne}^{\ 2} + Q_{Ligne}^{\ 2}} = 6\ kVA = U_{eff}.I_{L\,eff}.\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow I_{L\,eff} = \frac{S_{ligne}}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{6000}{400.\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5.\sqrt{3}\ A = 8.66\ A$$

Variante (avec une calculette)

***Régime alternatif* sinusoïdal**



a) Calculer la puissance apparente S_M et le courant I_{Meff} du moteur.

b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + condensateurs, ainsi que la valeur de I_{Leff} .

Corrigé :

$$S_M = \sqrt{P_M{}^2 + Q_M{}^2} = \sqrt{6^2 + 3{,}5^2} = \sqrt{48{,}25} = 6{,}946\ kVA$$

$$S_M = 6{,}946\ kVA = U_{eff}.I_{Meff}.\sqrt{3} \Rightarrow I_{Meff} = \frac{6946}{400.\sqrt{3}} = 10\ A$$

$$Q_C = -3\ x\ U_{eff}{}^2.C.\omega = -3.400^2.23.10^{-6}.100\pi = -3468\ VAR$$

On utilise le théorème de Boucherot :

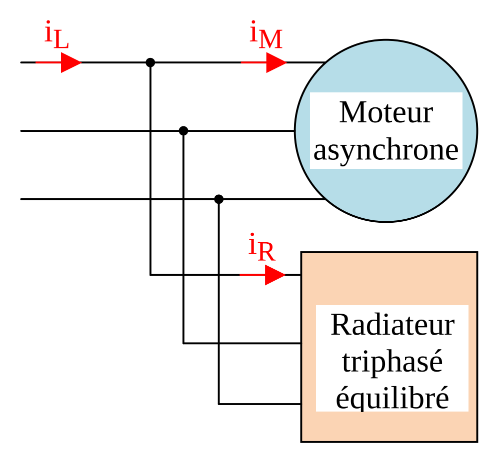
	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6000\ W$	$Q_M = 3500\ VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0\ W$	$Q_{3C} = -3468\ VAR$
Total (ligne)	$P_{ligne} = 6000\ W$	$Q_{ligne} = 32\ VAR$

$$S_{Ligne} = \sqrt{P_{Ligne}{}^2 + Q_{Ligne}{}^2} = 6000\ VA = U_{eff}.I_{Leff}.\sqrt{3}$$

Facteur de puissance de la ligne : $k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{6000}{6000} = 1$

$$\Rightarrow I_{Leff} = \frac{S_{ligne}}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{6000}{400.\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5.\sqrt{3}\ A = 8.66\ A$$

16 Application du théorème de Boucherot (Moteur + radiateur) (5 pts)



Le problème étant résolu sans calculette, les valeurs numériques ont été choisies en conséquence. On pourra laisser dans les résultats des expressions telles que $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone absorbant une puissance active de *6400 W* et une puissance réactive de *+4800 VAR*. (*On rappelle que 6400 = 4 x 1600, que 4800 = 3x1600)*
- Un ensemble de trois résistances constituant un radiateur triphasé équilibré absorbant une puissance active de *1914 W. (On rappelle que* $1914 = 4800.\sqrt{3} - 6400$ *)*

a) Calculer la puissance apparente S_M et le courant $I_{M\,eff}$ du moteur.

b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + radiateur, ainsi que la valeur de $I_{L\,eff}$.

Corrigé :

$$S_M = \sqrt{P_M{}^2 + Q_M{}^2} = \sqrt{6400^2 + 4800^2} = \sqrt{1600^2.(4^2 + 3^2)} = \sqrt{1600^2.(5^2)} = 1600\,.\,5 = 8000\ VA$$

$$S_M = 8000\ VA = U_{eff}\,.I_{M\,eff}\,.\sqrt{3} \Rightarrow I_{M\,eff} = \frac{8000}{400.\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}}\ A$$

Le radiateur est constitué de résistances ohmiques. Sa puissance réactive est nulle

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6400\ W$	$Q_M = 4800\ VAR$
Radiateur	$P_R = 1914\ W$	$Q_R = 0\ VAR$
Total (ligne)	$P_{ligne} = 8314\ W$	$Q_{ligne} = 4800\ VAR$

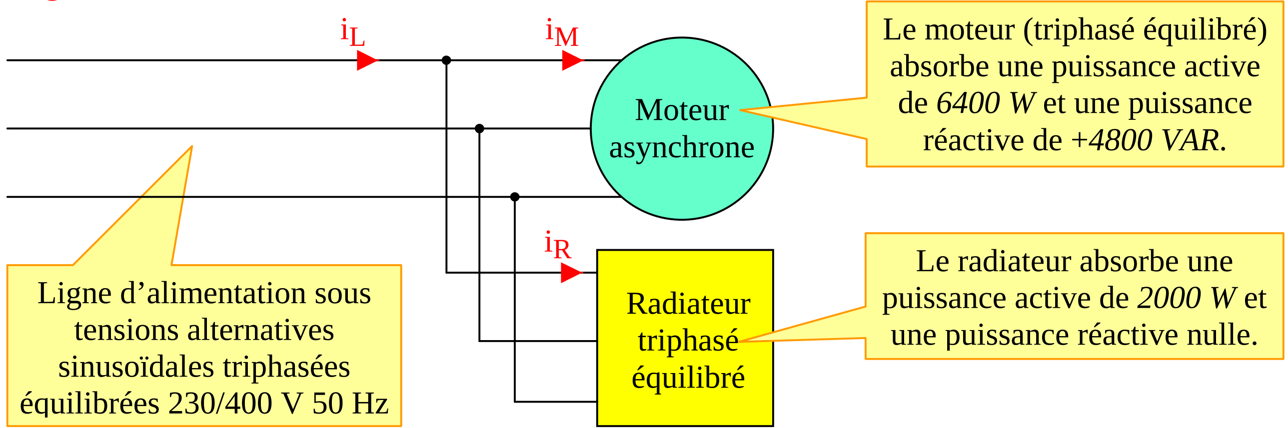
$$S_{Ligne} = \sqrt{P_{Ligne}{}^2 + Q_{Ligne}{}^2} = \sqrt{(4800.\sqrt{3})^2 + 4800^2} = \sqrt{4800^2\,.(3+1)} = 4800\,.\,2 = 9600\ VA = U_{eff}\,.I_{L\,eff}\,.\sqrt{3}$$

Facteur de puissance de la ligne : $k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{4800\,.\sqrt{3}}{4800\,.\,2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$

$$\Rightarrow I_{L\,eff} = \frac{S_{ligne}}{U_{eff}\,.\sqrt{3}} = \frac{9600}{400.\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8.\sqrt{3}\ A = 13{,}86\ A$$

Variante avec calculette :





Corrigé :

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6400^2 + 4800^2} = \sqrt{1600^2.(4^2 + 3^2)} = \sqrt{1600^2.(5^2)} = 1600\ .\ 5 = 8000\ VA$$

$$S_M = 8000\ VA = U_{eff}\ .I_{M eff}\ .\sqrt{3} \Rightarrow I_{M eff} = \frac{8000}{400.\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11{,}55\ A$$

Le radiateur est constitué de résistances ohmiques. Sa puissance réactive est nulle

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6400\ W$	$Q_M = 4800\ VAR$
Radiateur	$P_R = 2000\ W$	$Q_R = 0\ VAR$
Total (ligne)	$P_{ligne} = 8400\ W$	$Q_{ligne} = 4800\ VAR$

$$S_{Ligne} = \sqrt{P_{Ligne}^2 + Q_{Ligne}^2} = \sqrt{8400^2 + 4800^2} = 9675\ VA = U_{eff}\ .I_{Leff}\ .\sqrt{3}$$

Facteur de puissance de la ligne : $k = cos(\varphi) = cos(\vec{I},\vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{8400}{9675} = 0{,}868$

$$\Rightarrow I_{Leff} = \frac{S_{ligne}}{U_{eff}\ .\sqrt{3}} = \frac{9675}{400.\sqrt{3}} = 13{,}96\ A$$